

2. Obecná (úplná) kvadratická rovnice

- MÁ TVAR: $ax^2 + bx + c = 0$ $a, b, c \in \mathbb{R}$ $a, b, c \neq 0$

- VZOREC PRO VÝPOČET

1. MŮJEME LXX. DISKRIMINANT (rozhoduje o počtu řešení)

$$D = b^2 - 4ac$$

2. Ji-li

a) $D > 0$... RCE MÁ 2 REÁLNÉ RŮZNÉ KORENY
(kladný)

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

- ZKRÁCENÉ:

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

b) $D = 0$... RCE MÁ 1 DVOJNÁSObNÝ REÁLNÝ KOREN

$$x_{1/2} = \frac{-b}{2a}$$

$$(x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = \frac{-b}{2a})$$

c) $D < 0$... RCE NEMÁ V IMV. KÚL. ČÍSL (V R) ŽÁDNÉ ŘEŠENÍ
(záporný) (V IMV. KOMPLEXNÍCH ČÍSL ANO - III. ROČ.)

$$\mathcal{K} = \emptyset$$

[MŮJEME LXX. MŮJEME I PRO KV. RCI LXX ABS. ČLENY A KYJE KVADR. - ALE JE TO ZDROUHAVĚJŠÍ - NEVÝHODNÉ]

Příklady

① Řešit v R

a) $x^2 + 2x - 8 = 0$

($a=1, b=2, c=-8$)

$$D = b^2 - 4ac = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 4 + 32 = 36$$

$$\sqrt{D} = 6$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm 6}{2 \cdot 1} = \begin{cases} \frac{-2+6}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ \frac{-2-6}{2} = \frac{-8}{2} = -4 \end{cases}$$

$$\mathcal{K} = \{2, -4\}$$

lxx rychleji rozkladem kvadr.
trojčlennu, než pomocí

$$\begin{aligned} x^2 + 2x - 8 &= 0 \\ (x+4)(x-2) &= 0 \\ \begin{cases} x+4=0 \\ x=-4 \end{cases} &\quad \begin{cases} x-2=0 \\ x=2 \end{cases} \\ \mathcal{K} &= \{-4, 2\} \end{aligned}$$

b) $-4x^2 + 4x - 1 = 0$

$4x^2 - 4x + 1 = 0$

($a=4, b=-4, c=1$)

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1/2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 4 \cdot 1}}{2 \cdot 4}$$

$$x_{1/2} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\mathcal{K} = \{\frac{1}{2}\}$$

1. stupňová.
lxx (D=0)

c) $2y^2 - 4y + 3 = 0$

($a=2, b=-4, c=3$)

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2}$$

$$x_{1/2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 24}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{-8}}{4}, D = -8 < 0$$

=> lxx nemá řešení

$$\mathcal{K} = \emptyset$$

② Řešit v R

a) $2x^2 - x - 6 = 0$ $a=2, b=-1, c=-6$ $D=R, \emptyset=R$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{2 \cdot 2}$$

$$x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{4} = \frac{1 \pm 7}{4}$$

$$x_{1/2} = \begin{cases} \frac{1+7}{4} = \frac{8}{4} = 2 \in \mathbb{R} \\ \frac{1-7}{4} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2} \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\mathcal{K} = \left\{ -\frac{3}{2}, 2 \right\}$$

b) $x^2 + 3x + 1 = 0$ $a=1, b=3, c=1$ $D=R, \emptyset=R$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1/2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x_{1/2} = \begin{cases} \frac{-3 + \sqrt{5}}{2} \\ \frac{-3 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\mathcal{K} = \left\{ \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}, \frac{-3 - \sqrt{5}}{2} \right\}$$

c) $2x^2 - x + 6 = 0$ $a=2, b=-1, c=6$ $D=R, \emptyset=R$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 2 \cdot 6}}{2 \cdot 2}$$

$$x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{-47}}{4} \quad D = -47 < 0$$

neexistují reálné řešení

$$\mathcal{K} = \emptyset$$

d) $4u^2 + 12u + 9 = 0$ $a=4, b=12, c=9$ $D=R, \emptyset=R$

$$u_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$u_{1/2} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 4 \cdot 4 \cdot 9}}{2 \cdot 4}$$

$$u_{1/2} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 144}}{8} = \frac{-12}{8} = -\frac{3}{2}$$

$$\mathcal{K} = \left\{ -\frac{3}{2} \right\} \quad \text{1 dvojnásobný kořen}$$

VZORCE: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

③ Řešit v R

a) $(4y-3)^2 - (6y+4)^2 = 69$ $D=R, \emptyset=R$

$$16y^2 - 24y + 9 - (36y^2 + 48y + 16) = 69$$

$$16y^2 - 24y + 9 - 36y^2 - 48y - 16 = 69$$

$$-20y^2 - 72y - 7 = 69 \quad \text{kv. r.}$$

$$-20y^2 - 72y - 76 = 0 \quad \text{anulovat}$$

$$20y^2 + 72y + 76 = 0 \quad \text{LZE-LI KRAJIT}$$

$$5y^2 + 18y + 19 = 0$$

$$(a=5, b=18, c=19)$$

$$D = b^2 - 4ac = 18^2 - 4 \cdot 5 \cdot 19$$

$$D = 324 - 380 = -56 < 0$$

negativní diskriminant

$$\mathcal{K} = \emptyset$$

b) $(x-3)^2 + (x-4)^2 = (x-2)^2$ $D=R, \emptyset=R$

$$x^2 - 6x + 9 + x^2 - 8x + 16 = x^2 - 4x + 4$$

$$2x^2 - 14x + 25 = x^2 - 4x + 4$$

anulovat - kv. rov.

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

kv. rovnice v norm. tvaru

kv. rovnice (a=1) $\Rightarrow$ kv. rovnice

kv. rovnice (a=1, b=-10, c=21)

$$(x-7)(x-3) = 0$$

$$\begin{array}{l} x-7=0 \\ x=7 \end{array} \quad \begin{array}{l} x-3=0 \\ x=3 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{přímá} \\ x_{1/2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4 \cdot 1 \cdot 21}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{10 \pm 4}{2} \\ x_{1/2} = \begin{cases} \frac{10+4}{2} = 7 \in \mathbb{R} \\ \frac{10-4}{2} = 3 \in \mathbb{R} \end{cases} \end{array} \right] \quad \mathcal{K} = \{3, 7\}$$

④ Řešit v $\mathbb{R}$

a) $\frac{1}{x+4} + \frac{4}{4-x} + \frac{x^2-20}{x^2-16} = 0$

$D = \mathbb{R} - \{4, -4\}$

$\frac{1}{x+4} - \frac{4}{x-4} + \frac{x^2-20}{(x-4)(x+4)} = 0 \quad | \cdot (x-4)(x+4)$

$x-4 - 4(x+4) + x^2-20 = 0$

$x^2 - 3x - 40 = 0$

$x^2 - 3x - 40 = 0$

$(x-8)(x+5) = 0$

$\begin{matrix} x-8=0 & x+5=0 \\ x=8 \notin D & x=-5 \notin D \end{matrix}$

kv. rovnice norm. tvaru
! (a=1) => ZKOUŠIT ROZKLADIT kvadr. trojčlen
- NELZE -> VZOREC

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 1 \cdot (-40)}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{3 \pm 13}{2} = \begin{cases} \frac{3+13}{2} = 8 \\ \frac{3-13}{2} = -5 \end{cases}$$

b) $\frac{1}{x^2+x} + \frac{1}{x^2-x} - \frac{x^2-2}{x^2-1} = 0$

$D = \mathbb{R} - \{0, -1, 1\}$

$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{x(x-1)} - \frac{x^2-2}{(x-1)(x+1)} = 0 \quad | \cdot (x-1)(x+1) \quad \begin{bmatrix} x \neq 0 & x+1 \neq 0 & x-1 \neq 0 \\ & x \neq -1 & x \neq 1 \end{bmatrix}$

$1(x-1) + 1(x+1) - x(x^2-2) = 0$

$x-1 + x+1 - x^3+2x = 0$

$4x - x^3 = 0$

$-x^3 + 4x = 0 \quad | \cdot (-1)$

$x^3 - 4x = 0$

$x(x^2-4) = 0$

$x(x-2)(x+2) = 0$

$\begin{matrix} x=0 & x-2=0 & x+2=0 \\ \notin D & x=2 \in D & x=-2 \in D \end{matrix}$

$\begin{bmatrix} \text{NEBO } x^3 - 4x = 0 \\ x(x^2-4) = 0 \\ \begin{matrix} x=0 \\ x^2-4=0 \\ x=\pm 2 \end{matrix} \end{bmatrix}$

$\mathcal{K} = \{2, -2\}$

c) $\frac{x}{x-2} + \frac{x-2}{x} = \frac{4}{x(x-2)} \quad | \cdot (x-2) \quad D = \mathbb{R} - \{0, 2\}$

$x^2 + (x-2)(x-2) = 4 \quad \begin{bmatrix} x-2 \neq 0 & x \neq 0 \end{bmatrix}$

$x^2 + x^2 - 2x - 2x + 4 = 4$

$2x^2 - 4x = 0 \quad | :2 \quad \text{kv. rovnice bez abs. členu}$

$x^2 - 2x = 0$

$x(x-2) = 0$

$\begin{matrix} x=0 & x-2=0 \\ \notin D & x=2 \notin D \end{matrix}$

$\mathcal{K} = \emptyset$

$\begin{bmatrix} \text{KV. ROV. BEZ ABS. ČLENU POMOCÍ VZORCE (nevyžaduje)} \\ x^2 - 2x = 0 \\ (a=1, b=-2, c=0) \\ x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{4}}{2} \\ x_{1/2} = \frac{2 \pm 2}{2} = \begin{cases} \frac{2+2}{2} = 2 \\ \frac{2-2}{2} = 0 \end{cases} \end{bmatrix}$

$$d) 3 \cdot \frac{x+1}{x+5} - \frac{3x+15}{x^2+2x-15} + \frac{x-12}{x-3} = 0$$

$$\sigma = \mathbb{R}$$

$$\mathcal{D} = \mathbb{R} - \{-5, 3\}$$

$$\frac{3(x+1)}{x+5} - \frac{3x+15}{(x+5)(x-3)} + \frac{x-12}{x-3} = 0 \quad | \cdot (x+5)(x-3) \quad \left[\begin{array}{l} x+5 \neq 0 \\ x \neq -5 \\ x-3 \neq 0 \\ x \neq 3 \end{array} \right]$$

$$3(x+1)(x-3) - (3x+15) + (x-12)(x+5) = 0$$

$$3(x^2-3x+x-3) - 3x-15 + x^2+5x-12x-60 = 0$$

$$3x^2-9x+3x-9-3x-15+x^2+5x-12x-60 = 0$$

UPRATIT $\rightarrow$ USPOŘÁDAT PODLE
MOCCITIN (SGSTUPNÉ)

$$4x^2-16x-84 = 0 \quad | :4$$

KRÁTÍ (CEN-LI)

$$x^2-4x-21 = 0$$

KHUSIL KOLONICK KRADE.
KOCHELEN (a=1), JINAK
VZOREC

$$(x-7)(x+3) = 0$$

$$x_1 = 7 \in \mathcal{D}$$

$$x_2 = -3 \in \mathcal{D}$$

$$\mathcal{K} = \{7, -3\}$$

⑤ Řešiv $\mathbb{N}$

$$a) (k-4)(4k-3)+3=0$$

$$\sigma = \mathbb{Z}, \mathcal{D} = \mathbb{Z}$$

ROZNAŠOBIT, UPRATIT

$$4k^2-3k-16k+12+3=0$$

$$4k^2-19k+15=0$$

$$(a=4, b=-19, c=15)$$

$$k_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{19 \pm \sqrt{(-19)^2-4 \cdot 4 \cdot 15}}{2 \cdot 4} = \frac{19 \pm \sqrt{361-240}}{8}$$

$$k_{1,2} = \frac{19 \pm \sqrt{121}}{8} = \frac{19 \pm 11}{8} = \begin{cases} \frac{30}{8} = \frac{15}{4} \notin \mathbb{D} \\ \frac{8}{8} = 1 \in \mathbb{D} \end{cases}$$

$$\mathcal{K} = \{1\}$$

$$b) \frac{k^2}{5} - \frac{2k}{3} = \frac{k+5}{6} \quad | \cdot 30$$

$$\sigma = \mathbb{Z}, \mathcal{D} = \mathbb{Z}$$

$$6k^2-10k = 5(k+5)$$

$$6k^2-20k = 5k+25 \quad \text{Ar. na} \rightarrow \text{omulovat}$$

$$6k^2-25k-25=0$$

$$(a=6, b=-25, c=-25)$$

$$k_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{25 \pm \sqrt{(-25)^2+4 \cdot 6 \cdot 25}}{2 \cdot 6} = \frac{25 \pm \sqrt{625+600}}{12} = \frac{25 \pm \sqrt{1225}}{12}$$

$$k_{1,2} = \frac{25 \pm 35}{12} = \begin{cases} \frac{60}{12} = 5 \in \mathbb{D} \\ -\frac{10}{12} = -\frac{5}{6} \notin \mathbb{D} \end{cases}$$

$$\mathcal{K} = \{5\}$$

⑥ dvě definiční obor yfraxi

$$a) x + \frac{x+4}{2x^2+5x+3}$$

$$2x^2+5x+3 \neq 0$$

$$(a=2, b=5, c=3)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25-4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 1}{4} = \begin{cases} -\frac{5+1}{4} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2} \\ -\frac{5-1}{4} = -\frac{4}{4} = -1 \end{cases}$$

$$\mathcal{D} = \mathbb{R} - \left\{-1, -\frac{3}{2}\right\}$$

$$b) \frac{1}{x^2+2x-8} + \frac{2}{x-2}$$

$$\left[\begin{array}{l} x^2+2x-8 \neq 0 \quad | \quad x-2 \neq 0 \\ (x+4)(x-2) \neq 0 \quad | \quad x \neq 2 \\ x \neq -4 \quad | \quad x \neq 2 \end{array} \right. \quad \text{ne mám}$$

$$\mathcal{D} = \mathbb{R} - \{-4, 2\}$$

7) Pro která $x \in \mathbb{R}$ nabývá kvadrát $2x^2 - 3x + 1$ hodnoty

a) 3 $\xrightarrow{\text{ANULOVAT}}$ $2x^2 - 3x + 1 = 3$

$2x^2 - 3x - 2 = 0$
($a=2, b=-3, c=-2$)

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 2 \cdot 2}}{4}$

$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4}$

$x_{1,2} = \begin{cases} \frac{3+5}{4} = \frac{8}{4} = 2 \\ \frac{3-5}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow$ pro $x=2$ nebo $x=-\frac{1}{2}$
nabývá kvadrát hodnoty 3

b) -3 $2x^2 - 3x + 1 = -3$

$2x^2 - 3x + 4 = 0$
($a=2, b=-3, c=4$)

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{-23}}{4}, D < 0$

$\Rightarrow$ nemá řešení $\Rightarrow$ kvadrát $\neq$
nabývá
 $\Rightarrow$ kvadrát nabývá hodnoty -3
pro žádné $x \in \mathbb{R}$

KVADRATICKÉ ROVNICE LZE ŘEŠIT / DOPLNĚNÍM NA ČVEREC

pr. Doplnění na čtverec
 $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$

EMULACE

$a=x \rightarrow b=1$

$x^2 + 2x + \left(\frac{2}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{2}{2}\right)^2$
 $a=x \quad b=\frac{2}{2} \quad \left(\frac{b}{2}\right)^2$

$x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$
 $a=x \rightarrow b=3$

pr. Řeší v $\mathbb{R}$ doplněním na čtverec

a) $x^2 + 2x - 8 = 0$

doplnění
na čtverec

$(x^2 + 2x + 1) - 1 - 8 = 0$

$(x+1)^2 - 9 = 0$

$(x+1)^2 = 9$

$|x+1| = 3$

$[x_0 = -1]$

$\begin{array}{ccc} | & | & | \\ -4 & -1 & 2 \end{array}$

$M = \{-4, 2\}$

[upřesnění pohledu
na součin - výklad
mnoha - více násob. členů]

b) $2y^2 - 4y + 3 = 0 \quad |:2$

$y^2 - 2y + \frac{3}{2} = 0$

$(y^2 - 2y + 1) - 1 + \frac{3}{2} = 0$

$(y-1)^2 + \frac{1}{2} = 0$

$(y-1)^2 = -\frac{1}{2}$

NEZŮJE

$(\forall a \in \mathbb{R}: a^2 \geq 0)$

$M = \emptyset$

[lepší možnost]

aby koef.
u y^2 byl 1,
tj. $a=1$
- normovaný
břev

⑧ Řešte v $\mathbb{R}$ číselmi křivky a porovnejte (VYASNĚTE SI): $x^2 + 2x - 3 = 0$

1. zp. - rozkladem kv. trojčlenu

$$\begin{aligned} x^2 + 2x - 3 &= 0 & a=R, b=R \\ (x+3)(x-1) &= 0 \\ \begin{array}{l} x+3=0 \\ x=-3 \end{array} & \begin{array}{l} x-1=0 \\ x=1 \end{array} \\ \mathcal{K} &= \{-3, 1\} \end{aligned}$$

2. zp. - maticou

$$\begin{aligned} x^2 + 2x - 3 &= 0 \\ (a=1, b=2, c=-3) \\ x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x_{1,2} &= \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} \\ x_{1,2} &= \frac{-2 \pm 4}{2} = \begin{cases} \frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ \frac{-2-4}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \end{cases} \\ \mathcal{K} &= \{1, -3\} \end{aligned}$$

3. zp. - doplněním na čtverec $\rightarrow$ abs. kv.

$$\begin{aligned} x^2 + 2x - 3 &= 0 \\ (x+1)^2 - 1 - 3 &= 0 & x^2 + 2x + 1 - 1 \\ x^2 + 2x + 1 - 1 & & (x+1)^2 - 1 \\ (x+1)^2 &= 4 \quad | \sqrt{} \\ |x+1| &= 2 \\ [x_0 = -1] \\ \begin{array}{c} \bullet & & \bullet \\ -3 & -1 & 1 \end{array} \\ \mathcal{K} &= \{-3, 1\} \end{aligned}$$

4. zp. - doplněním na čtverec $\rightarrow$ součinový tvar (máme $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$)

$$\begin{aligned} x^2 + 2x - 3 &= 0 \\ (x+1)^2 - 1 - 3 &= 0 \\ (x+1)^2 - 4 &= 0 \\ [(x+1)-2][(x+1)+2] &= 0 \\ \begin{array}{l} x-1=0 \\ x=1 \end{array} & \begin{array}{l} x+3=0 \\ x=-3 \end{array} \\ \mathcal{K} &= \{-3, 1\} \end{aligned}$$

⑨ Řešte rozkladem na součin a pomocí matic (VYASNĚTE SI, POROVNĚJTE)

a) $3x^2 - 5x = 0$

KV. RCE BEZ ABS. ČLENU

1. zp.

1. zp. $x(3x-5) = 0$

$$\begin{aligned} x_1 &= 0 \\ 3x-5 &= 0 \\ 3x &= 5 \\ x &= \frac{5}{3} \\ \mathcal{K} &= \{0, \frac{5}{3}\} \end{aligned}$$

2. zp. $3x^2 - 5x = 0$
($a=3, b=-5, c=0$)

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 0}}{2 \cdot 3} \\ x_{1,2} &= \frac{5 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 3} = \frac{5 \pm 5}{6} = \begin{cases} \frac{5+5}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \\ \frac{5-5}{6} = \frac{0}{6} = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

b) $x^2 + x\sqrt{2} = 0$

1. zp. $x(x + \sqrt{2}) = 0$

$$\begin{aligned} x_1 &= 0 \\ x_2 &= -\sqrt{2} \\ \mathcal{K} &= \{0, -\sqrt{2}\} \end{aligned}$$

2. zp. $x^2 + x\sqrt{2} = 0$

($a=1, b=\sqrt{2}, c=0$)

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{(\sqrt{2})^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1} = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{2-0}}{2} \\ x_{1,2} &= \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{2}}{2} = \begin{cases} \frac{-\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2} = \frac{0}{2} = 0 \\ \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} = \frac{-2\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2} \end{cases} \end{aligned}$$

c) $7x^2 - 25 = 0$

1. zp. $4x^2 = 25$

$$\begin{aligned} x^2 &= \frac{25}{4} \\ |x| &= \sqrt{\frac{25}{4}} \\ x_{1,2} &= \pm \frac{5}{2} \\ x_{1,2} &= \pm \frac{5\sqrt{7}}{7} \end{aligned}$$

2. zp. $7x^2 - 25 = 0$

($\sqrt{7}x-5$)($\sqrt{7}x+5$) = 0

$$\begin{aligned} \sqrt{7}x-5 &= 0 & \sqrt{7}x+5 &= 0 \\ \sqrt{7}x &= 5 & \sqrt{7}x &= -5 \\ x &= \frac{5}{\sqrt{7}} & x &= -\frac{5}{\sqrt{7}} \\ x_1 &= \frac{5\sqrt{7}}{7} & x_2 &= -\frac{5\sqrt{7}}{7} \end{aligned}$$

3. zp. $7x^2 - 25 = 0$
($a=7, b=0, c=-25$)

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-25)}}{2 \cdot 7} \\ x_{1,2} &= \pm \frac{\sqrt{700}}{14} = \pm \frac{10\sqrt{7}}{14} \\ x_{1,2} &= \pm \frac{5\sqrt{7}}{7} \\ \mathcal{K} &= \{\pm \frac{5\sqrt{7}}{7}\} \end{aligned}$$